**Лекция 4 Пара сил. Момент пары. Момент силы относительно точки**

*Подробно тема лекции изложена в учебных пособиях, указанных в «Литературе»*

Пара сил. Момент пары сил

Парой сил называется система двух сил  и  приложенных к твердому телу, удовлетворяющая следующим условиям:

1. Линии действия сил параллельны.
2. Модули сил равны (*F* = *F’*).
3. Направления действия сил противоположны.

Плоскость, на которой лежат линии действия пары сил, называется плоскостью действия пары. Расстояние *h* между линиями действия сил  и  называется плечом пары. Совокупность пар, приложенных к телу, называется системой пар.

*F*

*F’*

*h*

**А**

**В**

# Рис. 3.3

Пара сил, приложенная к телу, стремится сообщить ему некоторое вращение. Вращательный эффект пары характеризуется ее моментом. Моментом пары сил называется произведение модуля одной из сил пары на ее плечо, взятое со знаком «+» или «−»

.

Момент пары считается положительным, когда пара стремится повернуть тело против хода часовой стрелки, и отрицательным - когда по ходу часовой стрелки.

Теорема об эквивалентных парах. Две пары сил, лежащие на одной плоскости и имеющие равные алгебраические величины моментов, эквивалентны.

Доказательство: Пусть (, ) и (, ) – две пары сил, лежащие в одной плоскости и имеющие равные моменты *М*(,) =М(, ). Продолжим линии действия сил пересечения друг с другом. Перенесем силы  и  по линиям действия в точки **А** и **В** и разложим каждую из них на составляющие. Получим: {, } <=> {, *,* , }. Из построения имеем =-*,* =-, так как  и  направлены по одной прямой, то {, }. <=> 0, а {, } <=> {, }.

*F*

*F’*

*h*

*F1*

*h1*

*F’1*

*F’3*

*F3*

*F2*

*F’2*

**A**

**B**

**C**

**D**

# Рис. 3.4

Докажем эквивалентность пар (, ) и (, ). Для этого достаточно доказать, что =*.* Плечи пар (, ) и (, ) равны; момент пары (, ) численно равен удвоенной площади треугольника **АВС**, а момент пары (, ) – удвоенной площади треугольника **АВD**. Но площади этих треугольников равны, так как у них общее основание и равные высоты, опущенные из вершин **С** и **D**, то есть *F2h=F1h1*, но так как *Fh=F1h1*, то *F2h=Fh*, следовательно, =, тогда (, ) <=> (, ) и (, ) <=> (, ).

Следствия из теоремы об эквивалентных парах:

1. Пару сил можно переносить в любое место плоскости ее действия.
2. Действие пары сил на тело не изменится, если изменить значения модуля силы и плеча, оставляя величину момента прежней.
3. Пару сил можно переносить в плоскость, параллельную плоскости действия.

Теорема о сложении пар сил. Пары сил, лежащие в одной плоскости можно складывать. В результате сложения получается лежащая на той же плоскости пара сил с моментом, равным алгебраической сумме моментов слагаемых пар.

Доказательство:

Докажем для двух пар. Пусть (, ) и (, ) – пары, лежащие на одной плоскости и имеющие моменты *М1*= *F1h1* и *М2*= *F2h2*. Возьмем произвольный отрезок **АВ**=*h*. На основании теоремы об эквивалентных парах можно заменить введенные пары эквивалентными им парами (, ) и (, ), имеющими плечо *h*. . Сложив силы в точке **А**, получим =+; в точке **В –**=+; =-.

.

Справедливо для любого числа пар:

.

*F1*

*F2*

*F3*

*F4*

*h1*

*h2*

*h*

*F’1*

*F’2*

*F’3*

*F’4*

Момент силы относительно точки

Рассмотрим силу  и точку **О**, не лежащую на линии действия силы. Из точки **О** опустим перпендикуляр на линию действия силы. Длина этого перпендикуляра *h* называется плечом силы относительно точки **О**. Очевидно сила  вызовет вращение тела относительно точки **О**. Вращательный эффект действия силы на тело можно определить как алгебраический момент силы от­носительно точки

.

Момент силы *F* считается положительным, если сила стремится повернуть плоскость, в которой она лежит, против направления движения часовой стрелки вокруг оси, перпендикулярной этой плоскости и проходящей через точку **О**.

*F*

*h*

**O**

Момент силы относительно оси

Вращательный эффект действия силы на тело относительно оси определяется моментом силы относительно оси. Момент силы относительно оси находится иначе, чем момент силы относительно точки.

Алгебраический момент силы относительно некоторой оси равен алгебраическому моменту проекции силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения плоскости с осью.

Правило нахождения момента относительно оси:

1. Необходимо спроецировать силу  на плоскость α перпендикулярную оси **z**.
2. Подсчитать момент проекции силы относительно точки пересечения оси с плоскостью

.

Момент силы относительно оси считается положительным, если при взгляде с положительного направления оси проекция силы  стремится повернуть тело против часовой стрелки.

Аксиома: сила, параллельная оси, и сила пересекающая ось, не создают вращения относительно этой оси, то есть моменты таких сил относительно оси равны нулю.

z

*Fα*

*F*

**O**

Условия равновесия

Свободное твердое тело под действием произвольной плоской системы сил находится в равновесии, если главный вектор и главный момент этой системы относительно любой точки равны нулю: *=0*, *М0=0*. Разложим по осям получим:



Условие равновесия для произвольной пространственной системы сил:

